

Datatähti 2019 loppu

task	type	time limit	memory limit
A Summa	standard	1.00 s	512 MB
B Bittijono	standard	1.00 s	512 MB
C Auringonlasku	standard	1.00 s	512 MB
D Binääripuu	standard	1.00 s	512 MB
E Funktio	standard	1.00 s	512 MB
F Robotti	standard	1.00 s	512 MB
G Luokittelija	standard	1.00 s	512 MB

A Summa

Tehtäväsi on selvittää, monellako tavalla kokonaisluvun n voi esittää kolmen eri positiivisen kokonaisluvun summana.

Esimerkiksi jos $n = 9$, ratkaisuja on 3:

- $1 + 2 + 6 = 9$
- $1 + 3 + 5 = 9$
- $2 + 3 + 4 = 9$

Syöte

Syötteen ainoalla rivillä on kokonaisluku n .

Tuloste

Tulosta yksi rivi, jolla on tehtävän vastaus.

Esimerkki

Syöte:
9

Tuloste:
3

Arvostelu

Jokaisessa testissä pätee $1 \leq n \leq 1000$. Saat tehtävästä 100 pistettä, jos ohjelmasi antaa oikean vastauksen joka testissä.

B Bittijono

Sinulle annetaan bittijono, jossa on n bittiä. Tehtäväsi on laskea, monessako yhtenäisessä osajonossa on parillinen määrä ykkösbittejä.

Syöte

Syötteen ainoalla rivillä on bittijono, jossa on n bittiä.

Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: monessako osajonossa on parillinen määrä ykkösbittejä.

Esimerkki

Syöte:
01011

Tuloste:
6

Osatehtävä 1 (21 pistettä)

- $1 \leq n \leq 100$

Osatehtävä 2 (27 pistettä)

- $1 \leq n \leq 5000$

Osatehtävä 3 (52 pistettä)

- $1 \leq n \leq 5 \cdot 10^5$

C Auringonlasku

Kaupungissa on rivissä n pilvenpiirtäjää. Laskeva aurinko valaisee pilvenpiirtäjiä vasemmalta, ja pilvenpiirtäjä on auringossa, jos se on korkeampi kuin mikään sen vasemmalla puolella oleva pilvenpiirtäjä.

Tehtäväsi on vastata q kyselyyn, joissa jokaisessa annetaan väli $[a, b]$. Jos oletetaan, että vain välin $[a, b]$ pilvenpiirtäjät ovat olemassa, moniko niistä on auringossa?

Syöte

Syötteen ensimmäisellä rivillä on kaksi kokonaislukua n ja q : pilvenpiirtäjien määrä ja kyselyjen määrä. Pilvenpiirtäjät on numeroitu $1, 2, \dots, n$.

Syötteen toisella rivillä on n kokonaislukua h_1, h_2, \dots, h_n : pilvenpiirtäjien korkeudet.

Lopuksi syötteessä on q riviä, joista kullakin on kaksi kokonaislukua a ja b ($1 \leq a \leq b \leq n$): kysely koskee väliä $[a, b]$.

Tuloste

Tulosta kutakin kyselyä kohden yksi kokonaisluku omalle rivilleen: auringossa olevien pilvenpiirtäjien määrä.

Esimerkki

Syöte:

```
5 3
4 1 2 2 3
1 5
2 5
3 4
```

Tuloste:

```
1
3
1
```

Osatehtävä 1 (16 pistettä)

- $1 \leq n, q \leq 2000$
- $1 \leq h_i \leq 10^9$

Osatehtävä 2 (35 pistettä)

- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq q \leq 2 \cdot 10^5$

- $1 \leq h_i \leq 100$

Osatehtävä 3 (49 pistettä)

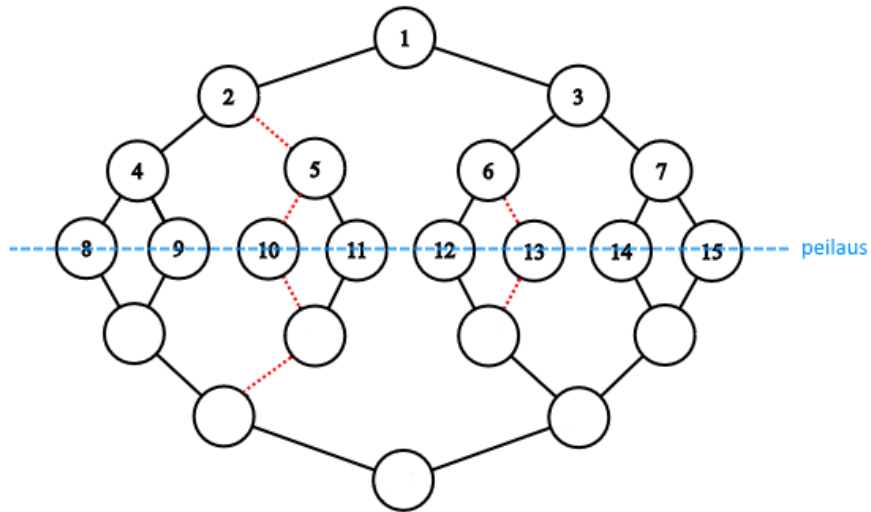
- $1 \leq n \leq 10^5$
- $1 \leq q \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq h_i \leq 10^9$

D Binääripuu

Binääripuussa on n tasoa ja puu on täydellinen, eli jokaisella solmulla on kaksi lasta alinta tasoa lukuun ottamatta. Puun solmut on indeksoitu niin, että juuren indeksi on 1 ja solmun k vasemman ja oikean lapsen indeksit ovat $2k$ ja $2k + 1$. Puussa on lisäksi m kiellettyä kaarta, joita pitkin ei saa kulkea.

Puusta muodostetaan verkko peilaamalla se lehtisolmuista. Monellako tavalla verkossa voi muodostaa polun, joka alkaa ja päättyy alkuperäisen puun juureen, sisältää vähintään yhden kaaren eikä kulje monta kertaa saman kaaren kautta?

Esimerkiksi seuraavassa verkossa on 12 mahdollista polkua:



Syöte

Syötteen ensimmäisellä rivillä on kaksi kokonaislukua n ja m : puun korkeus ja kiellettyjen kaarien määrä.

Tämän jälkeen syötteessä on m kokonaislukua a_1, a_2, \dots, a_m , kukin omalla rivillään. Luku a_i tarkoittaa, että solmujen a_i ja $\lfloor \frac{a_i}{2} \rfloor$ välistä kaarta ei saa kulkea. Kukin tällainen kaari annetaan kerran.

Tuloste

Tulosta yksi kokonaisluku: erilaisten polkujen määrä modulo $10^9 + 7$.

Esimerkki

Syöte:

4 3

10

5
13

Tuloste:
12

Kuva vastaa esimerkkisyötettä. Kielletyt kaaret on merkitty punaisella.

Osatehtävä 1 (23 pistettä)

- $2 \leq n \leq 6$

Osatehtävä 2 (26 pistettä)

- $2 \leq n \leq 60$
- $m = 0$

Osatehtävä 3 (51 pistettä)

- $2 \leq n \leq 60$
- $0 \leq m \leq 10^5$

E Funktio

Murtoviiva muodostuu pisteistä p_1, p_2, \dots, p_n , jossa jokaisen kahden peräkkäisen pisteen välillä on jana.

Sinulle annetaan joukko murtoviivoja, ja tehtäväsi on selvittää jokaisesta murtoviivasta, voiko sen esittää *funktiona* pyörittämällä kuviota. Tämä tarkoittaa, ettei mikään pystysuora viiva leikkaa kuviota kahdesta kohdasta.

Syöte

Syötteen ensimmäisellä rivillä on kokonaisluku t : murtoviivojen määrä. Tämän jälkeen jokainen murtoviiva kuvataan seuraavasti:

Ensimmäisellä rivillä on kokonaisluku n : pisteiden määrä. Tämän jälkeen on n riviä, joista jokaisella on kaksi kokonaislukua x ja y . Mitkään kaksi peräkkäistä pistettä eivät ole samat, eivätkä mitkään kolme peräkkäistä pistettä ole samalla suoralla.

Tuloste

Tulosta jokaisesta murtoviivasta YES, jos sen voi esittää funktiona, ja NO muuten.

Esimerkki

Syöte:

```
2
4
0 0
2 1
3 -1
2 -2
4
0 0
2 1
3 -1
2 0
```

Tuloste:

```
YES
NO
```

Osatehtävä 1 (45 pistettä)

- $1 \leq t \leq 100$
- $2 \leq n \leq 1000$
- $-100 \leq x, y \leq 100$

Osatehtävä 2 (55 pistettä)

- $1 \leq t \leq 100$
- $2 \leq n \leq 10^6$
- $\sum n \leq 10^6$
- $-10^9 \leq x, y \leq 10^9$

F Robotti

Tehtäväsi on suunnitella robottia varten $n \times m$ -ruudukko, jonka jokainen ruutu on punainen, vihreä tai sininen. Molemmat luvut n ja m ovat parillisia.

Robotti aloittaa ruudukon vasemmasta ylänurkasta ja katsoo kohti ruudukon oikeaa reunaa. Jokaisella vuorolla robotti toimii näin:

1. Liiku yksi ruutu eteenpäin.
2. Jos nykyisen ruudun väri on eri kuin edellisen ruudun väri, käänny 90 astetta oikealle.
3. Vaihda edellisen ruudun väriä: punaisesta tulee vihreä, vihreästä sininen ja sinisestä punainen.

Sinun tulee suunnitella väritys niin, että robotti käy jokaisessa ruudussa ja palaa sen jälkeen lähtöruutuun. Robotti saa käydä samassa ruudussa useamman kerran.

Robotti ei saa mennä missään vaiheessa ruudukon ulkopuolelle, ja se saa käyttää enintään 10^6 vuoroa tehtävänsä.

Syöte

Syötteen ainoalla rivillä on kaksi parillista kokonaislukua n ja m .

Tuloste

Tulosta n riviä, joista jokaisella on m merkkiä: ruudukon väritys. Värit ovat punainen (R), vihreä (G) ja sininen (B).

Jos mitään ratkaisua ei ole olemassa, tulosta vain teksti IMPOSSIBLE.

Esimerkki

Syöte:
2 4

Tuloste:
RRRB
BGGG

Osatehtävä 1 (12 pistettä)

- $n = 2$
- $2 \leq m \leq 100$

Osatehtävä 2 (32 pistettä)

- $2 \leq n, m \leq 6$

Osatehtävä 3 (56 pistettä)

- $2 \leq n, m \leq 100$

G Luokittelija

Tässä tehtävässä sinun tulee rakentaa *luokittelija*, jonka toiminta perustuu sääntölistaan. Luokittelijalle annetaan syötteenä merkkijono, jonka jokainen merkki on 0 tai 1. Luokittelija käsittelee merkkijonon sääntölistan avulla ja antaa vastauksena "kyllä" tai "ei" riippuen siitä, onko merkkijonolla haluttu ominaisuus.

Sääntölista muodostuu säännöistä muotoa $x \rightarrow y$, missä x on vasen osa ja y on oikea osa. Säännöissä voi esiintyä merkkejä 0 tai 1 sekä apumerkkejä A–Z. Lisäksi oikea osa voi olla `_`, mikä tarkoittaa tyhjää merkkijonoa.

Luokittelijan muistissa on merkkijono, joka on aluksi syötteenä annettu merkkijono. Joka askeleella luokittelija etsii listan ensimmäisen säännön, jonka vasen osa esiintyy merkkijonossa, ja korvaa vasemman osan ensimmäisen esiintymän oikealla osalla. Luokittelija toistaa samaa, kunnes listalla ei ole enää mitään sääntöä, jota voisi soveltaa. Jos lopullinen merkkijono on tyhjä, vastaus on "kyllä", ja muuten "ei".

Esimerkiksi seuraava luokittelija tarkastaa, onko merkkijonossa tasan yksi nolla. Ensimmäisellä rivillä on sääntöjen määrä ja muut rivit kuvaavat säännöt.

```
5
B1 -> B
B -> _
10 -> 01
00 -> A
0 -> B
```

Esimerkiksi jos syöte on 1101, sen käsittely etenee näin: $1101 \rightarrow 1011 \rightarrow 0111 \rightarrow B111 \rightarrow B11 \rightarrow B1 \rightarrow B \rightarrow _$. Merkkijono on tyhjä, joten vastaus on "kyllä".

Jos taas syöte on 1010, sen käsittely etenee näin: $1010 \rightarrow 0110 \rightarrow 0101 \rightarrow 0011 \rightarrow A11$. Merkkijono ei ole tyhjä, joten vastaus on "ei".

Tehtävä

Suunnittele luokittelija, joka tarkastaa, voiko merkkijonon muodostaa toistamalla k kertaa samaa merkkijonoa. Esimerkiksi jos $k = 2$, merkkijonolle 0101 vastaus on "kyllä" ja merkkijonolle 0100 vastaus on "ei".

Ohjelmasi syötteenä on yksi rivi, jossa on luku k , ja sen tulee tulostaa luokittelijan sääntölista aiemman esimerkin mukaisesti.

Rajoitukset

- Sääntölistalla saa olla enintään 100 sääntöä.
- Jokaisessa säännössä vasemman osan pituus ja oikean osan pituus saa olla enintään 10 merkkiä.

- Kun luokittelijaasi testataan, jokaisessa testissä merkkijonon pituus on enintään 100 merkkiä.
- Luokittelija saa suorittaa merkkijonon käsittelyssä enintään 10000 askelta.
- Luokittelijan muistissa olevassa merkkijonossa saa olla joka vaiheessa enintään 1000 merkkiä.

Osatehtävä 1 (19 pistettä)

- $k = 2$

Osatehtävä 2 (24 pistettä)

- $k = 3$

Osatehtävä 3 (27 pistettä)

- $k = 4$

Osatehtävä 4 (30 pistettä)

- $k = 5$